Solucion de triangulos rectangulos ejemplos resueltos

You're Reading a Free Preview Pages 6 to 13 are not shown in this preview. Demostración del Triangulo de 30° y 60°: Considerando un triángulo equilátero cuyo lado mide “2a”, se traza la altura que también es mediana y bisectriz, entonces por Pitágoras : En el BHC (30° y 60°) el cateto adyacente a 60° mide la mitad de la hipotenusa. Si un cateto mide la mitad de la hipotenusa, entonces el ángulo agudo adyacente a dicho cateto mide 60°. CLICK AQUI PARA ver PDF CLICK AQUI ver VIDEOS Demostración del Triangulo de 45° y 45°: Considerando un cuadrado cuyo lado mide “a”, se traza la diagonal formándose ángulos de 45° entonces, por Pitágoras TRIÁNGULOs RECTÁNGULOs NOTABLEs DE MEDIDA APROXIMADA : • El cateto que se opone a 37° tiene una longitud igual a 3K. • El cateto que se opone a 53° tiene una longitud igual a 4K. • La hipotenusa tiene una longitud igual a 5K. • “K” es un valor constante. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES Denominamos así a aquellos triángulos rectángulos en los cuales conociendo las medidas de sus ángulos internos (denominados ángulos notables) se establece una determinada relación entre las longitudes de sus lados y viceversa. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES DE MEDIDAS EXACTAS Triángulo Rectángulo Notable: (20°–70°) Triángulo Rectángulo Notable: (40°–50°) Triángulo Rectángulo Notable: (18°30’–71°30’) Triángulo Rectángulo Notable: (26°30’–63°30’) Triángulo Rectángulo Notable: (15°–75°) Triángulo Rectángulo Notable: (22°30’–67°30’) Triángulo Rectángulo Notable: (36°–54°) Triángulo Rectángulo Notable: (18°–72°) EJEMPLOS : Triángulo Rectángulo Notable: (14°–76°) : Triángulo Rectángulo Notable: (16°–74°) : Triángulo Rectángulo Notable: (8°–82°) Un triángulo isósceles, el lado desigual mide “2n” y los ángulos congruentes miden “b”. Determinar la altura relativa al lado desigual. Resolución :RELACIÓN DE ELEMENTOS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO Determinar el perímetro del trapecio ABCD. A)m2(1 + sena + 3cosa) B)m2(1 + cosa + 3sena) C)m2(3 + sena + cosa) D)m2(1 + tana + 3cota) E) Hallar “x” si el área del triángulo es 24u2. a)7 b)8 c)9 d)10 e) 11 En la figura, determinar “tanx”. Del gráfico adjunto, calcular “tanq”. A)tana B)tan2a C)tan3a D)cot2a E) cot3a Si ABCD es un cuadrado determinar “x” en función de “m”, “a” y “q”. ÁREA DE REGIONES TRIANGULARES - PARA TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS PARA TODO TRIÁNGULO TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS ADICIONALES (aproximados) Si en un triángulo rectángulo, se conoce un lado y uno de los ángulos agudos, se podrá calcular los lados restantes, del modo siguiente : Se divide el lado que se quiere calcular (incógnita) entre el lado que se conoce (dato), determinando así una razón trigonométrica del ángulo dado, despejando de esta igualdad el lado que se quiere calcular. 1er CASO : (Conocido un ángulo agudo y la hipotenusa) 2do CASO : (Conocido un ángulo agudo y su cateto adyacente) 3er CASO : (Conocido un ángulo agudo y su cateto opuesto) La hipotenusa siempre mide más que los catetos. Supongamos que el cateto \(a\) mide más que la hipotenusa \(h\): \(a > h\). En este caso, el cuadrado del cateto mide más que el de la hipotenusa: \(a^2 > h^2\). Por ejemplo, \(3> 2\) y \(3^2 = 9 > 4 = 2^2\). Por el teorema de Pitágoras, el cuadrado de la hipotenusa, \(h\), es $$ h^2 = a^2 + b^2 $$ Despejando, el cuadrado del cateto \(b\) es $$ b^2 = h^2 - a^2 $$ Como hemos visto que \(a^2\) es mayor que \(h^2\), entonces, la resta \(h^2-a^2\) es negativa: $$ b^2 = h^2 - a^2 < 0$$ Como consecuencia, el cuadrado de \(b\) también es negativo, lo cual es imposible porque un cuadrado no puede ser negativo. Esto es absurdo. Es decir, si suponemos que un cateto mide más que la hipotenusa, llegamos a un absurdo. Por tanto, esta hipótesis es falsa. Veamos un ejemplo: supongamos un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mide 2 y uno de sus catetos mide 3. Aplicamos Pitágoras para calcular el otro cateto, \(b\): $$ h^2 = a^2 +b^2 $$ $$ 2^2 = 3^2+b^2 $$ $$ 4 = 9 +b^2 $$ $$ b^2 = 4-9 $$ $$ b^2 = -5 $$ $$ b = \sqrt{-5} $$ 1. Introducción Recordamos que un triángulo es rectángulo cuando tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90 grados ó \(\pi /2\) radianes. De los tres lados del triángulo, se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se denominan catetos: Si conocemos dos lados del triángulo, podemos calcular el otro aplicando el teorema de Pitágoras. Sin embargo, en ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos el seno y el coseno. Seno y coseno El coseno de un ángulo \(\alpha\) se define como el cociente del lado contiguo al ángulo \(\alpha\) y la hipotenusa. De forma análoga, el seno de \(\alpha\) se define como el cociente del lado opuesto al ángulo \(\alpha\) y la hipotenusa. Nota: si cambiamos de ángulo, cambian los numeradores: Normalmente, para referirnos al seno de \(\alpha\) podemos escribir \(sin(\alpha)\), \(sen(\alpha)\) ó \(seno(\alpha)\). Y para el coseno, \(cos(\alpha)\) ó \(coseno(\alpha)\) . Nosotros utilizaremos \(sin(\alpha)\) y \(cos(\alpha)\). Regla mnemotécnica: el COseno es el lado COntiguo entre la hipotenusa y el senO es el lado Opuesto entre la hipotenusa. Tangente La tangente del ángulo \(\alpha\) es el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo: La tangente es el cociente del lado opuesto y del lado contiguo. La tangente del ángulo \(\alpha\) puede escribirse como \(tan(\alpha)\) y como \(tg(\alpha)\), entre otras. No utilizaremos la tangente en esta página. Arcoseno y arcocoseno Si conocemos el seno (o coseno) de un ángulo \(\alpha\), podemos conocer el ángulo \(\alpha\) mediante la función arcoseno (o arcocoseno). En esta página sólo utilizaremos estas funciones en la calculadora con las teclas \(sin^{-1}\) (arcoseno) y \(cos^{-1}\) (arcocoseno). Nota: hay que tener cuidado con las funciones arcoseno y arcocoseno ya que hay ángulos que tienen el mismo seno o coseno. Por ejemplo, el seno de 45º es el mismo que el de 135º: 2. Problemas resueltos Nota previa: para simplificar los cálculos, aproximaremos las razones trigonométricas con dos o tres decimales por redondeo o por truncamiento. Como consecuencia, los resultados pueden ser no exactos. Problema 1 Se desea sujetar un poste de 20 metros de altura con un cable que parte de la parte superior del mismo hasta el suelo de modo que forme un ángulo de 30º. Calcular el precio del cable si cada metro cuesta 12$. Solución Como conocemos el lado opuesto, \(a=20m\), utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo: Sustituimos el ángulo y el lado: Luego el cable debe medir 40 metros y su precio es de 480$: Problema 2 Calcular la altura, \(a\), de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36.87º. Solución Como la altura \(a\) es el cateto opuesto al ángulo, utilizaremos el seno: Pero como necesitamos calcular la hipotenusa \(h\) del triángulo, utilizamos el coseno: Sustituimos los datos: La hipotenusa mide Por tanto, la altura del árbol es Problema 3 Calcular cuánto mide la mediana de un triángulo equilátero (los tres ángulos son de 60 grados) cuyos lados miden 12cm. Ayuda: la mediana es la distancia del segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto a éste. Solución La mediana forma un triángulo rectángulo: Del triángulo conocemos tres ángulos: uno mide 60º, otro 30º y el otro 90º. También conocemos su hipotenusa \(h=12cm\). Utilizamos el seno para calcular la mediana \(m\): Sustituimos los datos: Luego la mediana mide 10,392 centímetros. Problema 4 Escribir una fórmula para calcular la longitud de la mediana de un triángulo equilátero de lado \(d\). Ayuda: la fórmula se puede obtener rápidamente a partir del problema anterior. Solución Como los lados del triángulo miden \(d\) en lugar de 12cm, sólo tenemos que cambiar 12 por \(d\) en el problema anterior ya que los ángulos son iguales. La fórmula es O bien, si aproximamos el seno, Problema 5 Del siguiente triángulo rectángulo se conocen sus dos catetos: uno mide 4m y el otro mide 3m: Calcular la hipotenusa y los ángulos \(\alpha\) y \(\beta\). Solución Como el triángulo es rectángulo, aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa: La hipotenusa mide 5 metros. Para calcular los ángulos podemos utilizar, por ejemplo, el seno: Como conocemos los catetos y la hipotenusa, podemos calcular el seno de los ángulos: Finalmente, para calcular los ángulos sólo debemos utilizar la función arcoseno: Problema 6 Calcular el radio de la circunferencia que se obtiene al utilizar un compás cuyos brazos miden 10cm si éstos forman un ángulo de 50º. Solución El compás junto con el radio \(R\) forma un triángulo isósceles. Lo que significa que los ángulos \(\alpha\) y \(\beta\) son iguales. Como la suma de los ángulos (interiores) de un triángulo es siempre 180º, podemos calcular \(\alpha\): Al representar la altura \(h\), tenemos un triángulo rectángulo: Si llamamos \(b\) a la mitad del radio y aplicamos el coseno, tenemos Por tanto, el radio de la circunferencia mide 8,46cm: Problema 7 Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30º. Solución Llamamos \(a\) a la altura y \(h\) a la hipotenusa. Por el seno: Despejamos la altura: Necesitamos calcular la hipotenusa. Por el coseno tenemos Despejamos la hipotenusa: Sustituimos la hipotenusa: Por tanto, la altura de la torre es de unos 156,46 metros. Problema 8 Las ciudades A, B y C son los vértices de un triángulo rectángulo: Calcular la distancia entre las ciudades A y C y entre las ciudades B y C si la ciudad B se encuentra a 100km de la ciudad A y la carretera que una A con B forma un ángulo de 35º con la carretera que une A con C. Solución Por el seno y por el coseno tenemos las siguientes relaciones: Calculamos la hipotenusa a partir del coseno: Conociendo la hipotenusa, calculamos \(a\) a partir del seno: Por tanto, la distancia entre las ciudades A y C es de 122,1 kilómetros y la distancia entre las ciudades B y C es de 70,08 kilómetros. Problema 9 Miguel desea calcular la altura de dos edificios que están situados a 100 metros el uno del otro. Como tiene acceso al edificio más alto, observa que desde la azotea de dicho edificio se avista la azotea del otro bajo un ángulo de \(\alpha=73,3^{\circ}\). Desde la base del mismo edificio, se ve la azotea del otro edificio bajo un ángulo de \(\beta=19,29^{\circ}\). ¿Puede Miguel calcular la altura de los edificios con los tres datos con los que cuenta? En caso afirmativo, ¿cuál es la altura de cada uno? Solución Sí es posible calcular la altura de ambos edificios. El ángulo \(\beta\) forma parte de un triángulo rectángulo. Representamos el segmento \(d\) para formar un triángulo rectángulo con el ángulo \(\alpha\): Obsérvese que el segmento \(d\) mide 100 metros, que la altura del edificio más alto es la suma de los catetos \(x\) e \(y\) y la altura del otro edificio es \(y\). Por el seno y el coseno, tenemos las siguientes relaciones para el ángulo \(\alpha\): Como conocemos \(\alpha\) y \(d\), podemos calcular \(x\). Primero, calculamos \(a\): Ahora, calculamos \(x\): Por el seno y el coseno, tenemos las siguientes relaciones para el ángulo \(\alpha\): Como conocemos \(\beta\) y \(d\), podemos calcular \(y\). Primero, calculamos \(b\): Ahora, calculamos \(y\): Por tanto, la altura del edificio alto es Y la altura del otro edificio es 34,96 metros. Problema 10 (dificultad alta) Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47º. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75º. Calcular la altura a la que se encuentra la bandera. Nota: para simplificar los cálculos podemos escribir \(tan (\alpha)\) (tangente de \(\alpha\)) en lugar de \(sin(\alpha)/cos(\alpha)\). Solución Las relaciones que tenemos son Escribimos la tangente de \(\alpha\): De donde podemos despejar \(x\): Escribimos la tangente de \(\beta\): De donde despejamos la altura \(h\): En la ecuación obtenida, sustituimos \(x\) por la expresión obtenida anteriormente: Resolvemos la ecuación: Sustituimos los datos: Por tanto, la bandera se encuentra a unos 26,78 metros de altura. En esta página resolvemos problemas aplicando el Teorema de Pitágoras. Este teorema establece que la suma de los cuadrados de los catetos de un triángulo rectángulo es igual al cuadrado de la hipotenusa: Recordad que un triángulo es rectángulo cuando uno de sus ángulos interiores es recto (90 grados) y que la hipotenusa es el lado opuesto al ángulo recto. En el siguiente triángulo, ¿cuál de los lados es la hipotenusa y cuál es el ángulo recto? Calcular cuánto mide la hipotenusa. Solución Los catetos son los lados \(a\) y \(b\). La hipotenusa es el lado \(h\). El ángulo recto es el ángulo que forman ambos catetos. Para calcular la longitud de la hipotenusa, aplicamos Pitágoras. Los catetos miden \(a = 2\) y \(b = 4\), con lo que Finalmente, hacemos la raíz cuadrada: Simplificamos el resultado escribiendo el radicando como un producto y aplicando la propiedad de que la raíz de una producto es el producto de las raíces de sus factores: Si aproximamos, \(h \simeq 4,47\). Se quiere colocar un cable desde la cima de una torre de 25 metros altura hasta un punto situado a 50 metros de la base la torre. ¿Cuánto debe medir el cable? Solución El cable coincide con la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden \(a = 25m\) y \(b = 50m\). Calculamos la longitud del cable (es la hipotenusa \(h\)): Como \(3.125 = 25^2\cdot 5\), podemos simplificar: El cable debe medir \(h = 25\sqrt{5}\) metros, es decir, aproximadamente 55.9 metros. Una parcela de terreno cuadrado dispone de un camino de longitud \(2\sqrt{2}\) kilómetros (segmento discontinuo) que la atraviesa según se muestra en la siguiente imagen: Calcular el área total de la parcela. Solución Observando la figura, el camino coincide con una de las diagonales del cuadrado, así que divide a éste en dos triángulos iguales. Además, los dos triángulos son rectángulos y los catetos miden lo mismo. Si llamamos \(x\) a la medida de los catetos, aplicando Pitágoras, Hemos usado que el cuadrado de un producto es el producto de los cuadrados. Para calcular \(x\), pasamos el 2 dividiendo al otro lado de la igualdad y hacemos la raíz cuadrada: Por tanto, los cuatro lados de la parcela miden 2 kilómetros y, por consiguiente, su área es 4 kilómetros cuadrados. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 metros y sus catetos miden \(x\) y \(x+2\): ¿Cuánto miden los catetos? Solución Por Pitágoras, \(h^2 = a^2 + b^2\), con lo que No olvidemos la fórmula del cuadrado de un binomio: Sustituyendo, Simplificamos la ecuación: Resolvemos la ecuación de segundo grado: Como \(x\) representa una longitud, la solución debe ser positiva: \(x = 6\). Los catetos miden 6 y 8 metros. Se desea pintar una cuadrado inscrito en una circunferencia de radio \(R = 3cm\) como se muestra en la figura: Calcular el área del cuadrado. Solución El radio mide \(R = 3cm\). El diámetro (\(d=2R\)) coincide con la diagonal del cuadrado y, por ende, divide al cuadrado en dos triángulos rectángulos iguales: Como la figura es un cuadrado, los catetos \(a\) y \(b\) miden lo mismo, así que escribiremos simplemente \(a\). La hipotenusa mide dos veces el radio: \(h = 2\cdot 3 =6cm\). Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular los lados del cuadrado: No calculamos la raíz cuadrada ya que no necesitamos saber cuánto miden los lados del cuadrado. El área de un cuadrado de lado \(a\) es \(a^2\). Por tanto, el área del cuadrado inscrito es 18 centímetros cuadrados. Calcular cuánto mide el cateto \(b\) de un triángulo rectángulo si su otro cateto, \(a\), y su hipotenusa, \(h\), miden $$ a = \frac{3\sqrt{2}}{2} m $$ $$ h = \frac{\sqrt{194}}{6} m $$ Solución Por Pitágoras, sustituyendo \(a\) y \(h\), Aplicamos las propiedades de las potencias para calcular los cuadrados: Calculamos \(b\): Aplicamos las propiedades de las raíces para simplificar: Por tanto, el cateto \(b\) mide \(\frac{2\sqrt{2}}{3} m\). Hallar las medidas de los lados de una vela con forma de triángulo rectángulo si se quiere que tenga un área de 30 metros al cuadrado y que uno de sus catetos mida 5 metros para que se pueda colocar en el mástil. Solución Llamamos \(a\), \(b\) y \(h\) a la altura, base e hipotenusa de la vela. Por un lado, como el área de un triángulo es base por altura, tenemos De donde tenemos que la base debe medir 12 metros. Por otro lado, como la vela tiene forma de triángulo rectángulo, podemos calcular la hipotenusa por Pitágoras: Por tanto, los lados de la vela deben medir 5, 12 y 13 metros. Si el cateto de un triángulo rectángulo mide \(x\) y el otro mide el doble, obtener una fórmula para calcular la longitud de la hipotenusa en función del cateto menor, \(x\). Utilizar la fórmula obtenida para calcular la hipotenusa cuando \(x = \sqrt{5}\) y \(x = 2\cdot \sqrt{5}\). Solución Supongamos que uno de los catetos mide \(x\), entonces el otro debe medir \(2x\). Para calcular la hipotenusa, \(h\), aplicamos Pitágoras: Aplicamos la fórmula para \(x = \sqrt{5}\): Aplicamos la fórmula para \(x = 2\cdot \sqrt{5}\): Se tiene un rectángulo cuya base mide el doble que su altura y su área es 12 centímetros cuadrados. Calcular el perímetro del rectángulo y su diagonal. Solución Llamamos \(a\) y \(b\) a la altura y la base del rectángulo, respectivamente. Como la base es el doble que la altura, \(b = 2a\). El área de un rectángulo es base por altura, así que La altura del rectángulo mide \(\sqrt{6}cm\) y la base mide \(2\sqrt{6}cm\). El perímetro del rectángulo es \(6\sqrt{6}cm\). Como la diagonal del rectángulo lo divide en dos triángulos rectángulos y sabemos cuánto miden los catetos, aplicamos Pitágoras para calcular la diagonal, \(d\): La diagonal del rectángulo mide \(\sqrt{30}\) centímetros. Calcular el área del triángulo rectángulo cuyos vértices son \(A = (1,3)\), \(B = (3,-1)\) y \(C=(4,2)\). Solución Observad la siguiente figura: Podemos calcular el lado \(h\) y el lado \(b\) aplicando dos veces Pitágoras ayudándonos de los segmentos de color rojo, que forman triángulos rectángulos. Los catetos del triángulo cuya hipotenusa es \(h\) miden 2 y 4 unidades. Por tanto, Los catetos del triángulo cuya hipotenusa es \(b\) miden 1 y 3 unidades. Por tanto, Conocemos la hipotenusa, \(h\), y la base, \(b\), del triángulo del problema. Aplicamos Pitágoras para calcular la altura \(a\): Calculamos el área del triángulo (base por altura entre 2): El área del triángulo es 5 unidades al cuadrado. Más problemas similares: Problemas resueltos y test sobre Pitágoras (matesfacil.com)

no thank you http mp3 free download 320kbps
1606eabbe29a92---dobudasiguza.pdf